

# Proses Kognitif Siswa dalam Mencari Luas Segitiga melalui Media Sederhana Ditinjau dari Teori APOS

Khathibul Umam Zaid Nugroho, YL Sukestiyarno \*, Sugiman Sugiman, Mohammad Asikin

Universitas Negeri Semarang, Jl. Kelud Utara III, Petompon, Kec. Gajahmungkur, Kota Semarang, Jawa Tengah 50237, Indonesia

\*Corresponding Author: [sukestiyarno@mail.unnes.ac.id](mailto:sukestiyarno@mail.unnes.ac.id)

**Abstrak.** Segitiga adalah salah satu konsep yang wajib dipelajari oleh siswa SD. Siswa sering mengalami kesalahan dalam menentukan luas daerah segitiga. Tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan proses berpikir siswa dalam menemukan luas daerah segitiga. Subjek penelitian ini adalah siswa sekolah dasar di Kota Bengkulu, Indonesia. Kami melakukan interview berbasis tugas kepada dua puluh satu orang. Data hasil penyelesaian tugas dianalisis awal untuk menentukan level berpikir mereka. Itu adalah menggunakan dekomposisi genetiknya. Kami mengklasifikasikan mereka ke dalam lima level perkembangan skema. Kami memilih siswa yang berada pada level trans untuk diwawancari lanjutan secara mendalam. Kami menggunakan audio-visual recorder untuk mendapatkan data yang lengkap dan akurat. Data dianalisis dengan menerapkan teknik analisis data kualitatif. Hasil penelitian ini adalah ada 19% subjek penelitian yang berada pada level intra, 33% berada pada level semi-inter, 33% berada pada level inter, dan 10% (= 2 orang) subjek berada pada level inter, serta hanya satu orang yang berada pada level trans (= 5%). Simpulan penelitian ini adalah bahwa siswa yang berada pada level tertinggi mampu membangun keterkaitan antara aksi-aksi, proses-proses, objek-objek, dan previous schema sehingga terbentuk suatu skema yang matang tentang luas daerah segitiga.

**Kata kunci:** penemuan; luas segitiga; level perkembangan skema.

**Abstract.** Triangle is one of the concepts that elementary school students must learn. Students often experience errors in determining the area of a triangle. The purpose of this research is to describe the thinking process of students in finding the area of a triangle. The subjects of this study were elementary school students in Bengkulu City, Indonesia. We conducted task-based interviews with twenty one people. Data on the results of task completion were analyzed early to determine their level of thinking. It was using its genetic decomposition. We classify them into five levels of schema development. We selected students who were at the trance level for further in-depth interviews. We use an audio-visual recorder to obtain complete and accurate data. Data were analyzed by applying qualitative data analysis techniques. The results of this study are that there are 19% of research subjects who are at the intra level, 33% are at the semi-inter level, 33% are at the inter level, and 10% (= 2 people) are at the inter level, and only one person is are in a trance level (= 5%). The conclusion of this study is that students who are at the highest level are able to build relationships between actions, processes, objects, and previous schemas so that a mature schema is formed about the area of a triangle.

**Key words:** invention; area of the triangle; developmental level schema.

**How to Cite:** Nugroho, K. U. N., Sukestiyarno, YL., Sugiman, S., Asikin, M. (2022). Proses Kognitif Siswa dalam Mencari Luas Segitiga melalui Media Sederhana Ditinjau dari Teori APOS. *Prosiding Seminar Nasional Pascasarjana*, 2022, 568-574.

## PENDAHULUAN

Siswa hendaknya belajar matematika melalui pengembangan proses kognisinya dalam uantaian aritmetika-aljabar, pengukuran-geometri dan probabilitas-statistika (Lehmann, 2018). Pengukuran-geometri adalah materi yang sulit dipelajari siswa (Wahyu Widada, Herawaty, Jumri, & Wulandari, 2020). Salah satu prinsip yang sulit bagi siswa SD adalah menemukan luas daerah segitiga. Siswa sering mengalami disequilibrium tentang konsep dan prinsip segitiga. Ketidakseimbangan terjadi sebagai akibat dari paparan gambar segitiga dan wujudnya secara nyata yang dipandang dari beberapa komponen yang tidak menghasilkan skema segitiga tunggal (Sarama & Clements, 2016). Oleh karena itu,

dibutuhkan penalaran yang terurut. Penalaran tersebut digunakan untuk menguraikan dan menyusun ulang setiap bentuk yang berurutan muncul dari bentuk sebelumnya. Itu adalah penalaran untuk menemukan kembali metode untuk menguraikan dan menyusun ulang trapezium (jajar genjang-segitig-belah ketupat-layang-layang-trapezium) (Lehmann, 2018).

Dalam pembelajaran Geometri dipelajari konten tentang bidang, juga bentuk padat beserta sifat-sifatnya. Bentuk bidang adalah benda geometris dengan panjang, lebar dan tinggi. Itu adalah bentuk 2D (2-Dimensi). Bentuk-bentuk tersebut adalah persegi, persegi panjang, lingkaran, poligon, segitiga, dan bangun-bangun datar lainnya (T.R., 2017). Geometri adalah

cabang penting dari matematika. Di sekeliling yang kita lihat dan gunakan adalah berbentuk geometris. Objek-objek geometri tersebut dapat digunakan sebagai dasar berpikir untuk mencapai konsep-konsep geometri (Serin, 2018). Oleh karena itu, pemanfaatan sumber daya dari lingkungan, konten local dan berbagai bentuk-bentuk budaya dapat dijadikan starting-point dalam pembelajaran geometri (Sunzuma & Maharaj, 2019)(W Widada, Agustina, Serlis, Dinata, & Hasari, 2019)(Ma'Rifah, Widada, Aida, Yulfitri, & Effendi, 2019)(Wahyu Widada, Herawaty, Andriyani, Marantika, & Yanti, 2020)(Herawaty, Khrisnawati, Widada, & Mundana, 2020). Seperti, ethnomathematics diterapkan ke ruang kelas sebagai suatu aktivitas matematika dalam konteks budaya (Lipka & Andrew-irhke, 2009).

Pembelajaran matematika perlu mengakomodasi perubahan yang terus menerus dan berkelanjutan dalam budaya siswa dan mata pelajaran matematika sekolah (Rosa & Orey, 2011). Saat ini, matematika modern muncul sebagai kelompok budaya yang beragam berusaha menyelesaikan masalah dunia nyata (Orey & Rosa, 2004). Budaya dan pendidikan matematika berkaitan erat. Pendidikan matematika dapat lebih efektif jika starting-point nya adalah dari konteks budaya tertentu. Itu adalah untuk mengeksplorasi hubungan antara proses berpikir kelompok budaya, dan pendidikan matematika (Barton, 1996).

Pada sisi lain, Geometri merupakan salah satu mata pelajaran wajib bagi mahasiswa. Iru adalah memiliki objek yang abstrak, dengan memanfaatkan elemen primitive (yaitu titik, garis, dan bidang) (W Widada, Herawaty, Hudiria, et al., 2020). Segitiga merupakan suatu konsep. Itu adalah objek geometri yang dibatasi oleh suatu pengertian. Segitiga sebagai suatu bangun geometri yang terdiri atas tiga segmen garis yang bertemu pada ujung-ujungnya. Daerah yang dibatasi tersebut memiliki luasan. Oleh karena itu, siswa diminta untuk dapat menemukan luas daerahnya.

Luas daerah merupakan salah satu domain pengukuran tentang luas. Luas bentuk komposit dapat dihitung dengan menguraikan menjadi bentuk yang lebih sederhana. Itu adalah menggunakan luas setiap bentuk yang lebih sederhana dan dijumlahkan untuk mencari luas

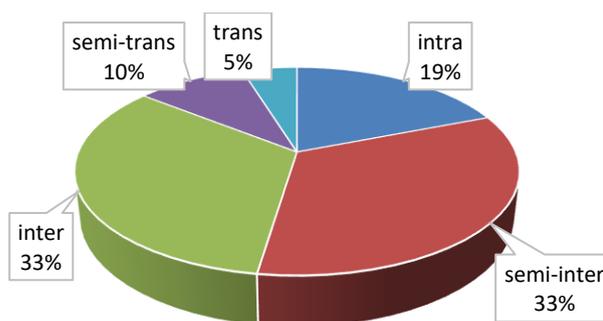
total (Lehmann, 2018). Oleh karena itu, untuk menentukan luas daerah suatu segitiga dapat ditentukan melalui penjumlahan luas persegi satuan. Itu adalah luasan yang menutupi seluruh daerah segitiga. Dengan demikian, kami ingin mendeskripsikan tentang bagaimana siswa menentukan luas daerah suatu segitiga dengan memanfaatkan media sederhana. Siswa dapat dideskripsikan melalui dekomposisi genetiknya. Itu adalah adalah suatu aktivitas berdasarkan aksi-proses-objek-skema. Berdasarkan aktivitas kognisi tersebut, ada lima level perkembangan skema siswa yaitu intra, semi-inter, inter, semi-trans dan level trans (untuk lebih lengkap baca )

## METODE

Pengembangan strategi berpikir siswa melalui media sederhana akan memudahkan siswa menemukan atau menemukan kembali prinsip-prinsip matematika. Kami melakukan penelitian kasus khusus penemuan luas daerah segitiga. Itu adalah penelitian kualitatif bertujuan untuk mendeskripsikan pemahaman siswa tentang penemuan luas daerah segitiga. Subjek penelitian ini adalah siswa sekolah dasar di Kota Bengkulu, Indonesia. Kami melakukan interview berbasis tugas kepada dua puluh satu orang. Instrumen penelitian ini adalah peneliti sendiri dengan memanfaatkan panduan wawancara dan lembar aktivitas siswa. Data hasil penyelesaian tugas dianalisis awal untuk menentukan level berpikir mereka. Itu adalah menggunakan dekomposisi genetiknya (APOS Theory). Mereka berada pada level tertentu dari lima level perkembangan skema siswa. Kami memilih siswa yang berada pada level trans untuk diwawancari lanjutan secara mendalam. Kami menggunakan audio-visual recorder untuk mendapatkan data yang lengkap dan akurat. Data dianalisis dengan menerapkan teknik analisis data kualitatif.

## HASIL DAN DISKUSI

Berdasarkan data hasil kerja siswa melalui paper-and-pencil dari 21 siswa diperoleh klasifikasi kemampuan siswa dalam menemukan luas segitiga. Subjek penelitian diberikan keleluasaan untuk menemukan luas daerah segitiga. Analisis hasil paper-and-pencil siswa tersebut dapat disajikan dalam diagram lingkaran sebagaimana dapat dilihat pada Gambar 1.



**Gambar 1.** Data persentase subjek berdasarkan level triad+

Gambar 1 menunjukkan bahwa ada 19% (= 4 orang) subjek penelitian yang berada pada level intra, 33% (= 7 orang) berada pada level semi-inter, 33% (= 7 orang) berada pada level inter, dan 10% (= 2 orang) subjek berada pada level inter, serta hanya satu orang yang berada pada level trans (= 5%). Hasil ini menunjukkan bahwa siswa yang berada pada level tertinggi cenderung sedikit (Wahyu Widada, 2016). Itu adalah siswa yang memiliki kemampuan kognisi yang baik.

Berdasarkan klasifikasi tersebut, kami tertarik untuk mendalami subjek penelitian yang berada pada level trans (hanya 1 subjek yaitu Ps). Berdasarkan tugas yang diberikan kepada subjek penelitian ditemukan siswa yang menemukan luas segitiga siku-siku. Dia menemukan melalui luas daerah persegi panjang. Subjek Ps mengingat kembali rumus luas persegi panjang. Perhatikan Gambar 2 dan 3 berikut ini.

... misal panjangnya adalah  $a$  dan lebarnya adalah  $t$ , maka luas daerah persegi panjang tersebut adalah  $a \times t$ .

R: Ok lanjutkan...

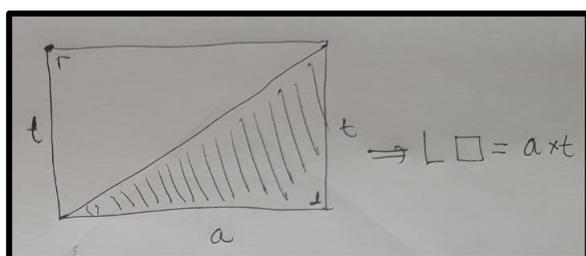
Ps: Anda dapat melihat lagi gambar tersebut, ... daerah yang diarsir adalah daerah segitiga siku-siku.... Luasnya sama dengan luas daerah segitiga atas yang tidak diarsir...

R: Baiklah....

Ps: Hal itu berarti bahwa luas persegi panjang tersebut sama dengan dua kali luas segitiga siku-siku...

R: .....

Ps: Saya dapat simpulkan bahwa luas daerah segitiga siku-siku tersebut sama dengan setengah luas dari persegi panjang. Jadi luas daerah segitiga sama dengan  $\frac{1}{2} (a \times t)$  .... Anda dapat melihatnya pada Gambar 3.



**Gambar 2.** Subyek Ps mengingat luas persegi Panjang

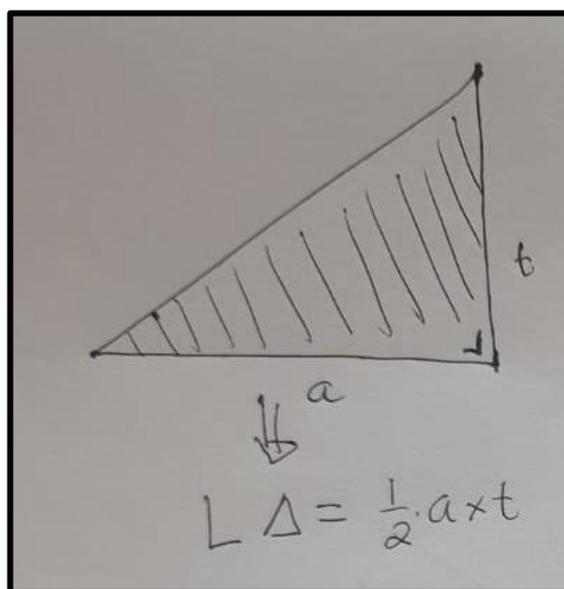
Berdasarkan paper-and-pencil seperti terlihat pada Gambar 2, Peneliti (R) melakukan wawancara terhadap Ps. Cuplikan wawancara tersebut adalah sebagai berikut.

R: Bagaimana kamu mendapatkan luas daerah segitiga?

Ps: Saya mencoba dari luas daerah persegi panjang. Saya ingat bahwa luas daerah persegi panjang adalah panjang dikali lebar.

R: Baik...

Ps: Lihat gambar persegi panjang (Gambar 2)

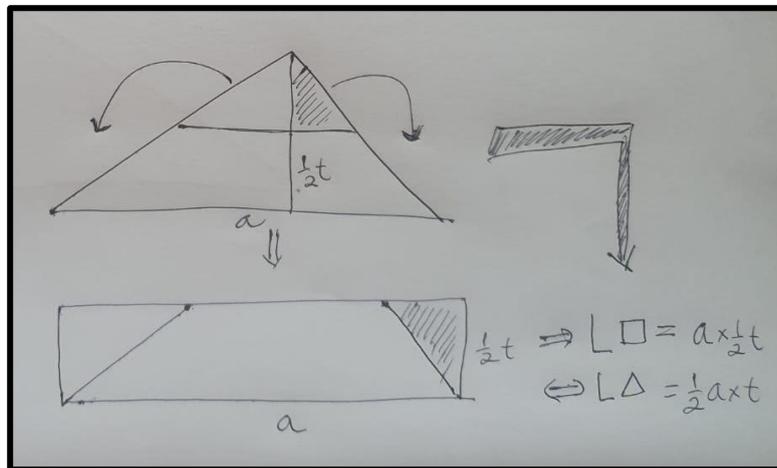


**Gambar 3.** Luas Segitiga

Berdasarkan cuplikan wawancara, Gambar 2 dan Gambar 3, menunjukkan bahwa Ps mampu menemukan luas segitiga siku-siku melalui aksi-

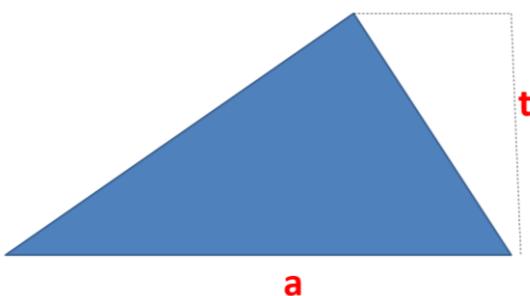
aksi menggambar dan proses mengingat kembali luas persegi panjang. Ps memanfaatkan objek luas persegi panjang  $a \times t$ . Itu adalah enkapsulasi objek persegi panjang dan menggunakan skema diagonal persegi panjang membagi persegi panjang menjadi dua bagian yang sama. Itu

adalah dua segitiga siku-siku. Ps mampu mencapai suatu skema baru yaitu luas daerah segitiga adalah  $\frac{1}{2}$  dari luas daerah persegi panjang (Lihat Gambar 3). Selanjutnya Ps menemukan luas segitiga melalui segitiga lancip (Lihat Gambar 4).



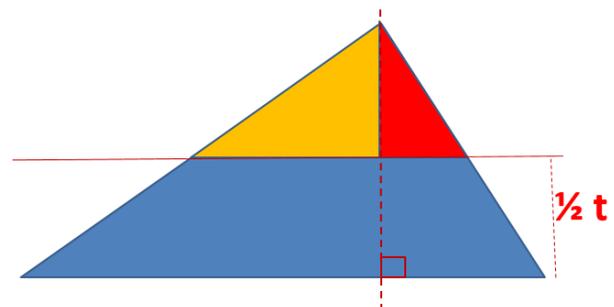
**Gambar 4.** Ps mencari luas yang melalui segitiga lancip

Berdasarkan deskripsi dan Gambar 4, Ps mampu membangun keterkaitan antara aksi-aksi, proses-proses, objek-objek, dan previous schema sehingga terbentuk suatu skema yang matang. Hal ini sesuai dengan penelitian sebelumnya ditemukan bahwa ada siswa yang melakukan proses enkapsulasi sifat-sifat fungsi atau interval dalam domain tersebut sehingga terbentuk objek (W. Widada, Herawaty, Nugroho, & Anggoro, 2019), juga untuk konteks sifat-sifat bilangan real (Herawaty, Widada, Herdian, & Nugroho, 2020). Itu adalah awal mula untuk mencapai suatu skema yang matang (Wahyu Widada, Herawaty, Nugroho, & Anggoro, 2019). Bila kita merujuk pada beberapa model kognisi siswa, maka ada urutan pembuktian luas segitiga yang diharapkan dapat meningkatkan level berpikirnya. Itu adalah urutan dengan memanfaatkan media yang sederhana sebagai berikut. Lihatlah Gambar 5.



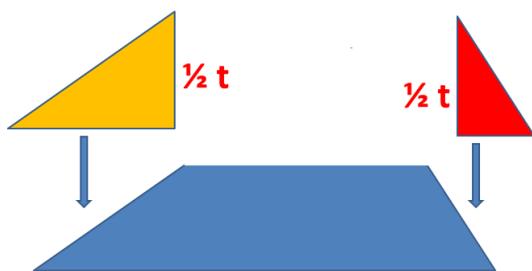
**Gambar 5.** Segitiga dengan alas  $a$  dan tinggi  $t$

Berdasarkan Gambar 5, potonglah segitiga tersebut sejajar dengan alas dengan tinggi  $\frac{1}{2}t$ . Tarik garis tinggi melalui puncak dan memotong alas. Itu adalah membentuk satu buah trapesium dan dua segitiga (yaitu merah dan kuning). Lihatlah Gambar 6.



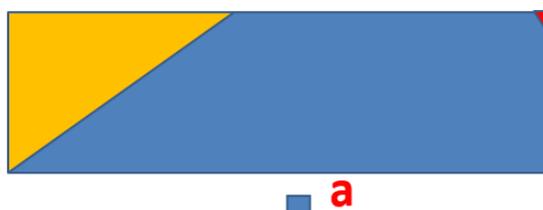
**Gambar 6.** Segitiga dibagi menjadi 3 bangun lain

Berdasarkan Gambar 6, kita memisahkan menjadi 2 bangun segitiga dan 1 trapesium. Itu adalah terlihat seperti Gambar 7. Tiga bangun tersebut masing-masing tingginya adalah  $t$ .



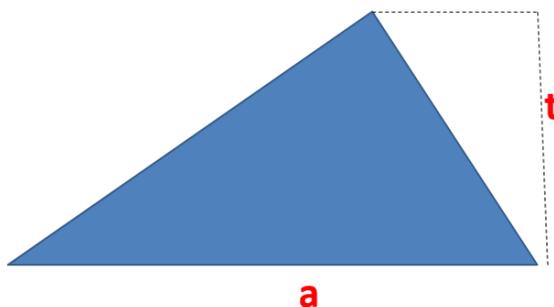
**Gambar 7.** Dua segitiga dan satu trapezium

Dua segitiga dan satu trapezium sebagaimana dapat dilihat pada Gambar 7, kemudian dibentuk bangun baru. Itu adalah dilakukan melalui tanda panah warna biru. Segitiga kuning diputar, juga segitiga merah. Bangun baru yang terbentuk dapat dilihat Gambar 8.



**Gambar 8.** Persegi panjang adalah bangun baru yang terbentuk

Berdasarkan Gambar 8, maka bangun baru yang terbentuk adalah persegi panjang. Itu adalah bangun yang memiliki panjang  $a$  dan lebar  $\frac{1}{2}t$ . Siswa mampu mengingat bahwa luasnya adalah  $(a \times \frac{1}{2}t) = \frac{1}{2}(a \times t)$ . Persegi panjang itu adalah memiliki luas daerah yang sama dengan segitiga pembangunnya. Dengan demikian, maka luas daerah segitiga = luas persegi panjang yang dibentuk dari segitiga tersebut =  $\frac{1}{2}(a \times t)$ . Oleh karena itu, siswa mengembalikan ke bangun semula yaitu segitiga (Lihat Gambar 9).



**Gambar 9.** Luas daerah segitiga

Berdasarkan langkah pada Gambar 8 dan Gambar 9, maka siswa mampu menyimpulkan bahwa luas daerah segitiga yang panjang alasnya  $a$  dan tingginya  $t$  adalah  $\frac{1}{2}(a \times t)$ . Itu adalah strategi penemuan prinsip segitiga melalui media

seederhana. Strategi tersebut juga dapat dilihat melalui media secara online. Kita dapat melihat proses ini melalui tayangan media youtube dengan link:

<https://www.youtube.com/watch?v=wW0Vm3h3beA&t=3s>. Oleh karena itu, strategi pembelajaran yang tepat dapat memudahkan bagi siswa melakukan aktivitas kognitif secara baik (W Widada, Herawaty, Widiarti, Aisyah, & Tuzzahra, 2020)(W Widada, Herawaty, Hudiria, et al., 2020). Itu dapat dilakukan melalui pendekatan yang lebih kontekstual, juga memanfaatkan media yang dekat dengan pikiran dan budaya siswa (W Widada, Herawaty, Pusvita, et al., 2020). Dengan demikian, media pembelajaran sederhana mampu memicu siswa melakukan aktivitas aksi-proses-objek sedemikian mencapai suatu skema tentang prinsip segitiga. Juga, dapat dikembangkan untuk konsep-konsep dan prinsip-prinsip matematika lainnya.

## KESIMPULAN

Media pembelajaran matematika yang sederhana dapat digunakan sebagai salah satu alat untuk menemukan prinsip matematika. Ada satu orang yang memanfaatkan media tersebut untuk menemukan prinsip tentang luas daerah segitiga. Itu adalah siswa yang berada pada level trans. Siswa tersebut mampu membangun keterkaitan antara aksi-aksi, proses-proses, objek-objek, dan previous schema sehingga terbentuk suatu skema yang matang tentang luas daerah segitiga. Oleh karena itu, disarankan kepada guru matematika untuk memanfaatkan media sederhana dalam pembelajaran penemuan konsep dan prinsip matematika.

## REFERENCES

- Barton, B. (1996). Making sense of ethnomathematics: ethnomathematics is making sense. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 201–233.
- Herawaty, D., Khrisnawati, D., Widada, W., & Mundana, P. (2020). The cognitive process of students in understanding the parallels axiom through ethnomathematics learning. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 1470 (2020) 012077 *Doi:10.1088/1742-6596/1470/1/012077*, 1470, 1–8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1470/1/012077>
- Herawaty, D., Widada, W., Herdian, F., & Nugroho, K. U. Z. (2020). The cognitive process of extended trans students in

- understanding the real number system. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 1470 (2020) 012070. Doi:10.1088/1742-6596/1470/1/012070, 1470, 1–6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1470/1/012070>
- Lehmann, T. H. (2018). *Teaching Area Measurement and Subgoals Through Problem Solving*. Faculty of Education Queensland University of Technology.
- Lipka, J., & Andrew-irhke, D. (2009). Ethnomathematics applied to classrooms in Alaska: Math in a Cultural Context. *The Journal of Mathematics and Culture.*, (McC), 2–4.
- Ma'Rifah, N., Widada, W., Aida, A., Yulfitri, Y., & Effendi, J. (2019). The students' mathematics understanding through ethnomathematics based on kejei dance. *Journal of Physics: Conference Series*, 1318(012079), 1–6.
- Orey, D. C., & Rosa, M. (2004). Ethnomathematics: Teaching and Learning Mathematics from a Multicultural Perspective. *The Journal of Mathematics and Culture*, 1(May 2006), 139–148. Retrieved from <http://nasgem.rpi.edu/files/1438>
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2011). Ethnomathematics: the cultural aspects of mathematics. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 4(2), 32–54.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2016). A preschooler's understanding of "Triangle:" A case study. <https://www.researchgate.net/publication/258933042>.
- Serin, H. (2018). Perspectives on the Teaching of Geometry: Teaching and Learning Methods. *Journal of Education and Training*, 5(1), 1. <https://doi.org/10.5296/jet.v5i1.12115>
- Sunzuma, G., & Maharaj, A. (2019). In-service Teachers' Geometry Content Knowledge: Implications for how Geometry is Taught in Teacher Training Institutions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), 633–646. <https://doi.org/10.29333/iejme/5776>
- T.R., F. (2017). Geometry Concepts in Mathematics Perceived Difficult To Learn By Senior Secondary School Students in Ekiti State, Nigeria. *IOSR Journal of Research & Method in Education (IOSRJRME)*, 07(01), 83–90. <https://doi.org/10.9790/7388-0701018390>
- Widada, W., Herawaty, D., Nugroho, K. U. Z., & Anggoro, A. F. D. (2019). The ability to Understanding of the Concept of Derivative Functions for Inter-Level Students During Ethnomathematics Learning. *Journal of Physics: Conference Series*, 1179(012056), 1–6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1179/1/012056>
- Widada, W, Agustina, A., Serlis, S., Dinata, B. M., & Hasari, S. T. (2019). The abstraction ability of students in understanding the concept of geometry. *Journal of Physics: Conference Series*, 1318(012082), 1–7. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1318/1/012082>
- Widada, W, Herawaty, D., Hudiria, I., Prakoso, Y. A., Anggraeni, Y. R., & Zaid, K. U. (2020). The understanding of the triangle in Lobachevsky Geometry through local culture. *International Seminar on Applied Mathematics and Mathematics Education 2020 (2nd ISAMME 2020)*. *Journal of Physics: Conference Series*, 1657(012038), 1–7.
- Widada, W, Herawaty, D., Pusvita, Y., Anggreni, D., Aripianti, R., & Panduwinata, B. (2020). Multiplication and division of integers through cultural approaches of playing dakon. *International Seminar on Applied Mathematics and Mathematics Education 2020 (2nd ISAMME 2020)*. *Journal of Physics: Conference Series*, 1657(012030), 1–9.
- Widada, W, Herawaty, D., Widiarti, Y., Aisyah, S., & Tuzzahra, R. (2020). The cognitive process of students in understanding the triangles in Geometry of Riemann through local content. *International Seminar on Applied Mathematics and Mathematics Education 2020 (2nd ISAMME 2020)*. *Journal of Physics: Conference Series*, 1657(012033), 1–8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012033>
- Widada, Wahyu. (2016). Profile Of Cognitive Structure Of Students In Understanding The Concept Of Real Analysis. *Journal of Mathematics Education (Infinity)*, 5(2), 83–98. <https://doi.org/10.22460/infinity.v5i2.215>
- Widada, Wahyu, Herawaty, D., Andriyani, D. S., Marantika, R., & Yanti, I. D. (2020). The thinking process of students in understanding the concept of graphs during ethnomathematics learning. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 1470

- (2020) 012072 Doi:10.1088/1742-6596/1470/1/012072, 1470, 1–8.
- Widada, Wahyu, Herawaty, D., Jumri, R., & Wulandari, H. (2020). Students of the extended abstract in proving Lobachevsky's parallel lines theorem. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1470 (2020) 012098*
- Widada, Wahyu, Herawaty, D., Nugroho, K. U. Z., & Anggoro, A. F. D. (2019). The Scheme Characteristics for Students at the Level of Trans in Understanding Mathematics During Etno-Mathematics Learning. *3rd Asian Education Symposium*, 8(Aes 2018). <https://doi.org/10.2991/aes-18.2019.95>