

Karakteristik Proses Komunikasi Matematis pada Penalaran Analogi

Mujiasih Mujiasih^{1*}, Budi Waluya², Kartono Kartono², Scolastika Mariani²

¹Pendidikan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Walisongo Semarang, Indonesia

²Universitas Negeri Semarang, Jl. Kelud Utara III, Petompon, Kec. Gajahmungkur, Kota Semarang, Jawa Tengah 50237, Indonesia

*Corresponding Author: budiw@mail.unnes.ac.id

Abstrak. Komunikasi merupakan aktivitas seseorang dengan dirinya sendiri, dan diikuti aktivitas dengan individu lainnya yaitu berupa reaksi atas adanya aktivitas berpikir. Belajar matematika dimaknai sebagai perubahan berkembangnya bahasa dan kognitif yang dapat berlangsung selama berkomunikasi. Penelitian ini mendeskripsikan proses komunikasi matematis dalam menyelesaikan masalah dengan memanfaatkan penalaran analogi. Khususnya bentuk proses komunikasi matematis intrapersonal dan interpersonal. Desain penelitian yang digunakan yaitu eksploratif dengan pendekatan deskriptif kualitatif. Subjek penelitian yang dipilih yaitu 4 orang mahasiswa Pendidikan Matematika UIN Walisongo. Hasil penelitian menunjukkan karakteristik proses komunikasi matematis yang dilakukan mahasiswa melalui penalaran analogi berdasarkan empat aspek kognitif dijelaskan sebagai berikut. 1) pada aspek penggunaan kata, gagasan matematis disajikan dengan menganalogikan masalah dan strategi penyelesaian, mengaitkan kesamaan kata, dan menguasai kosakata matematis. 2) pada aspek mediator visual, komunikasi matematis verbal dilakukan dengan menuliskan gagasan yang bersumber dari perkembangan informasi dan serangkaian pengetahuan yang ada dalam ingatan. Bahasa matematis dituangkan dalam bentuk simbol, kata-kata atau teks, dan gambar geometri. 3) pada aspek narasi, teks matematika diperoleh dengan cara menyusun konsep geometri melalui gambar yang sudah dikenal sebelumnya. 4) pada aspek rutinitas, gagasan matematis muncul melalui proses menulis matematis, mengenali karakteristik sumber, menginterpretasikan strategi sumber, dan mengevaluasi kesamaan dan perbedaan. Empat aspek proses komunikasi matematis yang dikembangkan dengan baik secara komprehensif dapat saling mendukung sehingga keberhasilan belajar dapat tercapai.

Kata kunci: komunikasi matematis; penalaran analogi.

Abstract. Communication is a person's activities with himself, followed by activities with other individuals, namely in the form of reactions to thinking activities. Learning mathematics is defined as the changes in language and cognitive development that can occur during communication. This study describes the process of mathematical communication in solving problems by utilizing analogical reasoning. In particular, the form of intrapersonal and interpersonal mathematical communication processes. The research design used is exploratory with a qualitative descriptive approach. The research subjects selected were 4 students of Mathematics Education UIN Walisongo. The results showed that the characteristics of the mathematical communication process carried out by students through analogical reasoning based on four cognitive aspects were explained as follows. 1) in the aspect of word use, mathematical ideas are presented by analogizing problems and solving strategies, linking similar words, and mastering mathematical vocabulary. 2) on the aspect of visual mediators, verbal mathematical communication is done by writing down ideas that come from the development of information and a series of knowledge that is in memory. Mathematical language is expressed in the form of symbols, words or text, and geometric images. 3) in the narrative aspect, mathematical texts are obtained by compiling geometric concepts through previously known images. 4) on the routine aspect, mathematical ideas emerge through the process of writing mathematically, recognizing the characteristics of sources, interpreting source strategies, and evaluating similarities and differences. Four aspects of a well-developed mathematical communication process can support each other comprehensively so that learning success can be achieved.

Key words: mathematical communication; analogical reasoning.

How to Cite: Mujiasih, M., Waluya, B., Kartono, K., Mariani, S. (2022). Karakteristik Proses Komunikasi Matematis Pada Penalaran Analogi. *Prosiding Seminar Nasional Pascasarjana*, 2022, 701-709.

PENDAHULUAN

Proses kognitif adalah aktivitas mental yang menyebabkan seseorang menghubungkan dan memutuskan sebuah peristiwa sehingga mendapatkan pengetahuan. Proses kognitif dapat terlihat ketika seseorang berpikir, membangun ide, atau memecahkan masalah. Dengan demikian penyelidikan proses kognitif siswa dapat dilakukan dengan menganalisis

kemampuan siswa dalam memecahkan masalah.

Freeman *et al* (2016) menjelaskan ketika siswa menyampaikan logika dan analisis analoginya melalui tulisan, maka harus mampu menyajikan tulisan secara tepat dan jelas agar maknanya mudah dipahami oleh orang lain. Menulis merupakan alat penting yang dapat membantu siswa mengembangkan proses berpikir serta mengomunikasikan penalaran matematika secara efektif. Dengan demikian

tidak hanya kemampuan penalaran analogi saja yang harus baik, tetapi kemampuan komunikasi matematisnya juga harus baik dan konsisten. Hal ini menunjukkan hubungan penalaran analogi dan komunikasi matematis yang saling berkaitan.

Pada pembelajaran matematika proses komunikasi dapat berupa komunikasi interpersonal dan intrapersonal (Febriyanti & Setianingsih, 2018). Aktivitas yang dilakukan bersama-sama dan berubah menjadi sebuah gagasan melalui proses individualisasi disebut komunikasi interpersonal. Sfard (2018) berpendapat bahwa komunikasi merupakan aktivitas seseorang dengan dirinya sendiri, dan diikuti aktivitas dengan individu lainnya yaitu berupa reaksi atas adanya aktivitas berpikir. Aktivitas yang melekat pada individu yang berkembang dengan adanya aktivitas yang dilakukan bersama-sama dengan orang lain secara terpolat menunjukkan terjadinya proses komunikasi intrapersonal. Menurut Nurjanah (2019) berpikir juga dapat diartikan sebagai aktivitas dialog yang berkaitan dengan memberikan informasi, mengajukan pertanyaan, berdebat, dan menanggapi pendapat orang lain. Akibatnya, berpikir dan berkomunikasi tidak dapat dipisahkan.

Berpikir sebagai aktivitas kognitif meliputi menalar, mengabstraksi, mengobjektifikasi, mensubjektifkan, dan kesadaran. Memahami matematika berarti membangun jaringan representasi mental dari konsep-konsep matematika. Mahasiswa dapat dikatakan memahami secara konseptual ketika mampu mengaitkan pengetahuan baru yang diperoleh dari pengetahuan sebelumnya. Menurut Richland & Begolli (2016) penalaran analogi merupakan penalaran yang dilakukan dengan membuat kesamaan relasional dan struktural untuk membentuk suatu pemahaman. Penalaran yang demikian bermanfaat dalam berpikir logis untuk membangun abstraksi sehingga mahasiswa memperoleh pembelajaran yang lebih bermakna dan produktif. Oleh karena itu penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan bentuk proses komunikasi matematis intrapersonal dan interpersonal yang digunakan mahasiswa ketika menyelesaikan masalah dengan memanfaatkan penalaran analogi.

Proses Komunikasi Matematis

Menurut Zayyadi (2020) proses berpikir dapat dimaknai sebagai komunikasi seseorang dengan dirinya sendiri. Gabungan komunikasi dan kognitif dikenal dengan istilah Komognitif. Hal

ini berarti komunikasi dan berpikir merupakan dua proses yang dapat terjadi dalam satu kegiatan yaitu Komognitif (Kim, Choi, & Lim, 2017; Lefrida, Siswono, & Lukito, 2021; Supardia, *et al*, 2021). Karakteristik proses komunikasi matematis pada penelitian ini menggunakan kerangka Teori Komognitif yang dicetuskan oleh Sfard. Kalimat matematika yang dihasilkan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah dianalisis berdasarkan empat komponen proses komognitif sebagai berikut.

1) Penggunaan kata

Proses komognitif dapat dilihat dari penggunaan kata khusus yang terdapat dalam teks atau kalimat matematika. Kata matematika tersebut dikenal dengan istilah matematika seperti jumlah, titik, kata-kata yang berkaitan dengan bilangan, dan lain-lain. Sebuah kata menjadi bermakna ketika digunakan dalam bahasa, teks, atau percakapan.

2) Mediator visual

Mediator visual adalah media yang digunakan untuk mengidentifikasi dan mengkoordinasikan topik yang dibahas dalam sebuah teks matematika. Media tersebut dapat berupa rumus matematika, gambar, grafik, simbol, diagram, atau tabel. Ketika berkomunikasi, media-media tersebut dimanipulasi secara khusus. Sehingga dalam berkomunikasi peran media tidak hanya diartikan sebagai alat bantu untuk menyampaikan, tetapi menunjukkan sebuah ekspresi dari proses berpikir yang dimiliki seseorang.

3) Narasi

Narasi merupakan susunan kalimat baik lisan maupun tertulis yang mendeskripsikan hubungan antar topik yang digunakan benar atau salah. Narasi pada teks matematika berupa pernyataan yang telah disepakati contohnya definisi, aksioma, teorema.

4) Rutinitas

Rutinitas diartikan sebagai pengulangan yang dilakukan secara teratur dalam menggunakan kata dan mediator untuk menciptakan atau menetapkan sebuah narasi.

Komponen proses Komognitif tersebut digunakan untuk menganalisis teks jawaban mahasiswa dalam mengerjakan soal-soal tes analog. Analisis dilakukan pada tahap-tahap penalaran analogi yang dicapai mahasiswa dalam menyelesaikan masalah.

Penalaran Analogi

Keraf (Suharnan, 2005) mengemukakan definisi Penalaran Analogi adalah proses kognitif dalam menilai hubungan antara peristiwa yang satu dengan peristiwa lain yang serupa, dan kemudian melakukan penarikan kesimpulan bahwa apa yang berlaku pada peristiwa yang satu berlaku pada peristiwa yang lain. Penalaran Analogi merupakan jenis penalaran induktif yang mengacu pada pengetahuan yang telah ada sebelumnya untuk membuat kesamaan relasional dan struktural pada objek, dan membangun pengetahuan matematika. Representasi penalaran analogi dinyatakan dalam bentuk argumen analogi, yaitu menerima kesamaan antara dua sistem untuk mendukung kesimpulan.

Menurut Magdas (2015), penalaran analogi berperan penting untuk mempelajari konsep-konsep yang bersifat abstrak. Penalaran analogi juga dapat mengembangkan berbagai kompetensi diantaranya: (1) mampu menemukan aspek serupa yang diketahui dalam situasi baru, (2) mampu menerapkan hal-hal yang diketahui dalam situasi baru, dan (3) mampu melakukan generalisasi.

Sedangkan Bartha (2012) mengemukakan bahwa pembentukan beberapa konsep dalam matematika pada umumnya dilakukan secara analogi. Bartha mengungkapkan pandangan baru penalaran analogi dengan merinci indikator penalaran analogi dalam 4 kemampuan sebagai berikut.

- 1) Menganalisis suatu contoh/masalah dengan menemukan pola yang sama, untuk menyelesaikan soal lainnya.
- 2) Berfokus pada argumen yang memiliki sifat mirip dan menyelidiki hal-hal yang diperlukan untuk menyusun kesimpulan.
- 3) Mengemukakan argumen yang mirip, secara normatif.
- 4) Mengevaluasi argumen yang memiliki sifat mirip dengan cara membandingkan perbedaan untuk menyelesaikan permasalahan yang solusinya mirip.

Pemanfaatan penalaran analogi akan sangat mendukung jika memiliki pengetahuan matematika yang diperoleh dari fakta dan definisi, prosedur algoritma, prosedur rutin, masalah yang telah diselesaikan sebelumnya, dan teorema yang telah terbukti sebelumnya. Latihan penalaran analogi bukan hanya menghafal solusi dari masalah yang telah diselesaikan sebelumnya, melainkan melibatkan berpikir matematika yang sistematis dalam menentukan kesamaan struktural dan sifat hubungan antara masalah sumber dan target. Lovett & Forbus (2017) juga

mengklaim bahwa dalam penalaran analogi, siswa perlu mengenali struktur hubungan secara umum terlebih dahulu antara dua masalah yang analog, selanjutnya dapat diketahui kapan dan bagaimana memanfaatkannya.

Salah satu kesalahan yang terjadi pada awal pemecahan masalah adalah sering berfokus pada sifat yang sederhana daripada memberikan perhatian pada sifat hubungan struktural yang mendasari antara masalah pada sumber dan target (Somayeh, 2012). Siswa yang menyelesaikan masalah dengan baik cenderung mengingat struktur matematika pada masalah sumber secara cermat, sedangkan siswa yang menyelesaikan masalah dengan buruk tidak sampai memperhatikan struktur analog pada masalah target (Vendetti, *et al* 2015). Kesalahan umum pada siswa adalah karena mengabaikan hal-hal yang terdapat pada masalah sumber atau target dan sehingga menghilangkan analogi. Siswa-siswa seperti ini tidak tahu kapan dan bagaimana memanfaatkan sifat-sifat struktural yang terkait, dan bagaimana kesamaan struktur dapat bermanfaat dalam memecahkan masalah. Sangat penting bahwa dalam menggunakan penalaran analogis siswa memiliki pengetahuan dan keterampilan yang relevan tentang aturan komunikasi pada bagian tersebut.

Vamvakoussi (2019) mengklarifikasi bahwa pengetahuan yang monoton dan mengidentifikasi kesamaan tidak berdasarkan definisi menunjukkan tingkat penalaran analogi yang buruk. Pada pembelajaran matematika, kemampuan memilih kesamaan dari pengetahuan dan kumpulan contoh, serta mengklasifikasikannya merupakan hal yang sangat penting. Selain digunakan dalam pemecahan masalah, penalaran analogi juga membantu dalam mengembangkan abstraksi aljabar. Kim & Haorrii (2016) berpendapat bahwa siswa membandingkan contoh aljabar yang mirip, untuk merumuskan sifat hubungan umum yang mendasari penemuan teori.

Pemahaman secara mendalam yang berkaitan dengan hubungan akan menghasilkan perbandingan kesamaan yang lebih banyak yang berasal dari teori yang dikumpulkan. Proses ini menunjukkan adanya pembentukan dan pengembangan mental yang mengungkapkan sifat umum yang diamati melalui pemahaman. Pembentukan mental ini sebagai dasar pembelajaran selanjutnya. Hal itu menuntut siswa untuk mengungkap sifat hubungan yang lain ketika mengeksplorasi/menyelidiki konteks yang baru. Upaya mengidentifikasi sifat-sifat penting

dari situasi yang baru, awalnya siswa akan bergantung pada kesamaan yang tampak dan mudah ditemukan; tetapi selanjutnya jenis kesamaan yang diperhatikan akan berubah seiring perkembangan struktur hubungan yang dimiliki bersama antara sumber dan target.

METODE

Penelitian ini menggunakan desain penelitian eksploratif dengan pendekatan deskriptif kualitatif. Pada penelitian ini subjek dipilih dengan cara *purposive sampling* dan *snowball*. *Purposive sampling* berarti pemilihan subjek penelitian bersifat selektif berdasarkan tujuan tertentu, *snowball* merupakan penentuan subjek penelitian dari satu responden beralih ke responden lain yakni individu-individu yang memberikan informasi valid sampai menemui titik jenuh (Creswell, 2012). Subjek penelitian yang dipilih yaitu 4 orang. Subjek tersebut merupakan mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang yang mengikuti mata kuliah Geometri Dasar pada Tahun 2020. Pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan metode tes, wawancara, dan observasi. Uji keabsahan data pada penelitian ini menggunakan teknik triangulasi sumber dan metode. Adapun analisis data dalam penelitian ini menggunakan model analisis interaktif. Miles and Huberman (2014) dan Moleong (2010) mengemukakan bahwa pada analisis interaktif aktivitas analisis data berlangsung secara terus menerus sampai tuntas, dan sudah diperoleh jawaban yang selalu konsisten dari hasil triangulasi data.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis proses komunikasi matematis dilakukan secara *holistik* yaitu mengutamakan pentingnya keseluruhan dan keterkaitan antara setiap bagian-bagian yang membentuk proses komunikasi matematis melalui penalaran analogi. Analisis tersebut didasarkan pada empat aspek kognitif sebagai aktivitas mahasiswa dalam berkomunikasi dan melakukan penalaran analogi, yang meliputi 1) penggunaan kata, 2) mediator visual, 3) narasi, dan 4) rutinitas. Aspek-aspek tersebut ditelusuri dan diobservasi selama mahasiswa mengikuti pembelajaran EPIC-R pada mata kuliah geometri, khususnya dalam kegiatan diskusi, presentasi, klarifikasi, dan tanya jawab. Hasil penelusuran keempat aspek tersebut diuraikan sebagai berikut.

Penggunaan Kata

Komunikasi matematis dalam bentuk verbal berkaitan dengan ekspresi gagasan yang disajikan dalam bentuk kata atau kalimat. Menganalogikan masalah dan strategi penyelesaian, mengaitkan kesamaan kata, dan menguasai kosakata matematis merupakan komponen dalam berkomunikasi matematis secara verbal. Bahasa matematis yang ditunjukkan dalam berkomunikasi merupakan perwujudan komunikasi matematis verbal. Bahasa tidak hanya dimanfaatkan sebagai representasi penalaran analogi, melainkan merupakan ekspresi gagasan dan produk yang dihasilkan dari sebuah gagasan.

Pada aktivitas menemukan penyelesaian masalah, mahasiswa menyampaikan gagasan dengan ucapan terlebih dahulu yaitu melalui percakapan dalam diskusi, dan dilanjutkan dengan menuliskan kata-kata matematis untuk memperjelas gagasan. Kata-kata matematis diucapkan ketika berkomunikasi antar mahasiswa dalam diskusi kelompok maupun dalam kegiatan presentasi secara klasikal. Bahasa matematis digunakan mahasiswa untuk menyampaikan gagasan penyelesaian suatu masalah, menanggapi jawaban mahasiswa lain yang berbeda cara, menyempurnakan gagasan/jawaban, atau meminta orang lain untuk memberikan penjelasan lebih lanjut. Kata-kata yang disampaikan secara lisan adakalanya perlu dipertegas atau diperjelas secara tertulis. Penggunaan kata yang diucapkan sekaligus tertulis dapat mengurangi bahkan menghilangkan kesalahpahaman dalam menginterpretasikan informasi.

Dialog mahasiswa dalam diskusi menyelesaikan masalah jarak disajikan pada cuplikan percakapan di bawah ini.

*S4 : Bagaimana ini cara menyelesaikannya ?
(subjek S4 menanyakan kepada anggota kelompok lain)*

S1 : dibuat segitiganya dulu. (S1 menanggapi S4)

S2 : iya, dibuat segitiga CDF. (S2 menanggapi S4)

S1 : Gambarnya seperti ini, betul apa tidak ya ?

(S1 menampilkan gambar melalui Google Doc)

S2 : iya betul. (S2 menanggapi S1)

S4 : Berarti segitiga CDF ?

S3 : Eh, bukankah jarak antara titik B dengan bidang DCGF itu adalah garis BC ?

S1 : iya.....sama saja. (S1 menanggapi S3)

S4 : Bidang CDEF itu berarti bidang diagonal ruang ya ?

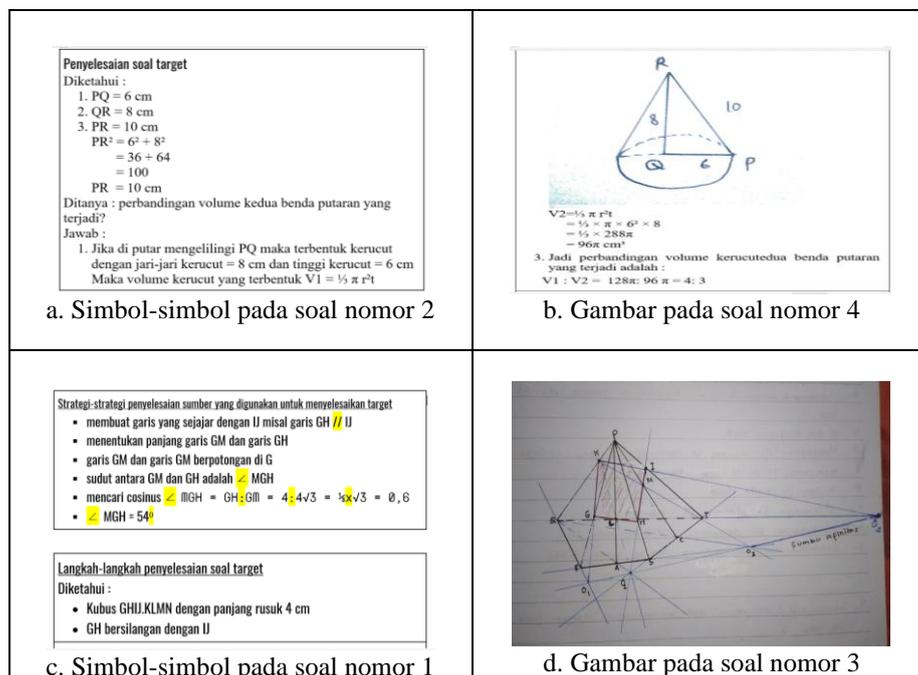
S1 : Diagonal ruang ? (S1 menanggapi S4)
 S2 : Iya, diagonal ruang.
 S1 : yang ditulis titik nya C, D, E, dan F. (S1 meralat tulisan S4)
 S1 : Kalau pada sumbernya, menggunakan persamaan segitiga ya ?
 atau persamaan luas segitiga ?
 S1 : Hasilnya 3 akar 2. Betul apa tidak ?
 S2 : Berapa hasilnya ?
 S1 : 3 akar 2.
 S2 : Iya, betul. Saya hitung juga sama, 3 akar 2.
 S4 : Bagaimana itu caranya ? (S4 menanyakan kepada S1)
 S1 : menggunakan persamaan segitiga. Setengah BC dikalikan dengan BF, itu sama dengan setengah BC dikalikan dengan BX.
 S3 : coba ditulis dong, biar saya tahu caranya.

Mediator Visual

Bentuk komunikasi verbal dilakukan dengan menuliskan gagasan yang bersumber dari perkembangan informasi dan serangkaian pengetahuan yang ada dalam ingatan. Ide matematis dari penyelesaian masalah geometri

disampaikan mahasiswa melalui aktivitas menulis matematis pada saat diskusi mengerjakan lembar tugas dan tes akhir. Bahasa matematis dituangkan dalam bentuk simbol, kata-kata atau teks, dan gambar geometri. Meskipun ketiga bentuk tersebut merupakan bentuk komunikasi matematis tertulis, namun simbol dan teks mewakili ekspresi operasi matematika yang bersifat abstrak sedangkan gambar cenderung melambangkan gagasan matematis yang dapat dinyatakan secara konkret.

Analisis yang dilakukan terhadap tulisan difokuskan pada bagaimana penggunaan simbol atau teks atau gambar dalam mengerjakan soal geometri. Penggunaan tersebut tidak hanya dari benar dan salahnya jawaban, tetapi dicermati penyajiannya dalam hal kelengkapan dan alasan yang disertakan jelas atau tidak. Bentuk tulisan mengekspresikan logika, analisis penalaran, dan proses matematis yang digunakan, sehingga dapat dibedakan tindakan yang dilakukan dalam melakukan pemahaman dan aktivitas komunikasi matematisnya. Bentuk-bentuk komunikasi matematis verbal yang digunakan mahasiswa secara tertulis dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Komunikasi Matematis Verbal

Berdasarkan gambar 1 dapat diidentifikasi penggunaan simbol sebagai bentuk komunikasi matematis verbal secara tertulis. Simbol matematika yang digunakan mahasiswa diantaranya dalam menotasikan hubungan dua garis seperti tegak lurus dinyatakan dengan

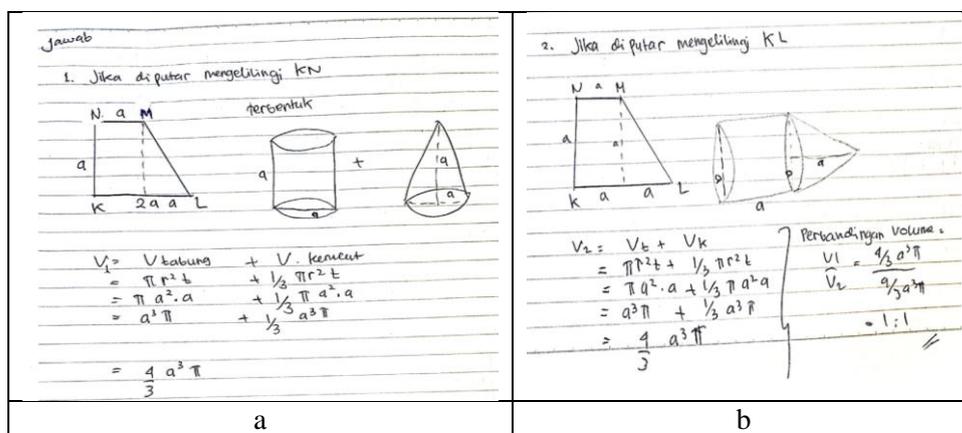
simbol \perp , simbol sejajar $//$, simbol sudut menggunakan \sphericalangle , dan simbol derajat ($^\circ$). Selain itu dalam melakukan perhitungan, mahasiswa juga menggunakan simbol matematika dasar diantaranya operasi perkalian disimbolkan dengan $(.)$ atau \times , pembagian dengan simbol (\div)

atau (:), dan penjumlahan menggunakan simbol (+). Penggunaan simbol matematika tanpa pemahaman yang mendalam tentang struktur konsepnya dapat menyebabkan miskomunikasi.

Selanjutnya pada gambar 1.d juga dapat diidentifikasi penggunaan gambar sebagai bentuk komunikasi matematis verbal secara tertulis. Pada penyelesaian masalah geometri tidak terlepas dari gambar objek geometri, khususnya bangun dimensi tiga yang membutuhkan imajinasi lebih tinggi. Penyelesaian soal tentang menentukan irisan bidang pada bangun ruang mahasiswa tidak hanya menyajikan gambar bangun ruang berbentuk limas, dan kubus, tetapi langkah-langkah penyelesaiannya dituntut untuk

menyertakan garis-garis bantu, termasuk sumbu afinitas, sampai diperoleh bidang irisan dari bangun ruang yang dimaksud.

Penyajian gambar dalam penyelesaian masalah geometri sangat membantu untuk menyusun strategi penyelesaian dan menemukan solusi soal. Tetapi apabila ada kesalahan memahami informasi yang ada pada masalah, maka representasi gambar yang dibuat juga keliru, sehingga akan berdampak pada penggunaan strategi penyelesaian yang salah dan solusi yang diperoleh juga tidak tepat. Hal ini ditunjukkan pada gambar 2. pada penyelesaian soal tentang menemukan perbandingan volume benda putar.



Gambar 2. Bentuk Penyajian Gambar

Gambar 2 menunjukkan kesalahan subjek dalam memahami informasi pada soal dan kekeliruan dalam merepresentasikan gambarnya. Gambar trapesium yang disajikan oleh subjek memuat persegi panjang dan segitiga. Hal ini menyebabkan ketika trapesium tersebut diputar mengelilingi sisi KN akan terbentuk dua buah bangun ruang yaitu tabung dan kerucut. Sehingga diperoleh volume bangun ruang yang terbentuk. Subjek menganggap representasi bangun ruang kesatu yang terbentuk analog dengan bangun ruang kedua, hanya saja posisi kerucutnya berbeda, tidak berada di atas melainkan ada di samping tabung.

Narasi

Pada penyelesaian masalah target (soal tugas diskusi) tentang sudut dua garis bersilangan, narasi yang digunakan antar mahasiswa dalam berkomunikasi yaitu konsep membuat garis yang sejajar sedemikian hingga terbentuk sudut dari dua garis yang berpotongan. Penerapan konsep tersebut dilakukan mahasiswa dengan didasarkan atas kesamaan strategi pada sumber. Sudut yang

terbentuk pada bangun yang baru dibuat dari garis yang sejajar dengan salah satu garis yang bersilangan. Dengan memperhatikan kesamaan strategi penyelesaian dari sumber, mahasiswa lebih lancar membentuk sudut dengan mengambil garis yang terletak pada bidang frontal. Hal ini dikarenakan akan terbentuk bangun datar yang sudah familiar sehingga memudahkan dalam menentukan besar sudut dan perbandingan trigonometrinya.

Konsep yang diperoleh dengan cara membentuk bangun baru akan mudah dipahami melalui bentuk-bentuk visual yang sudah sering dikenal. Sebaliknya ketika dalam berkomunikasi menggunakan bangun yang secara visual tidak sering dikenali maka terjadi ambiguitas atau ketidakjelasan. Meskipun sebuah konsep dapat ditangkap namun ketika untuk memaknai atau menginterpretasikan konsep tersebut mengalami kesulitan, maka tidak terjadi respon yang berkelanjutan. Hal ini menimbulkan ketidaklancaran komunikasi yang disebabkan karena kesulitan atau membutuhkan waktu lama dalam menyusun hipotesis solusi. Kegagalan

berkomunikasi secara efektif yang disebabkan karena ambiguitas atau ketidakjelasan terlihat dari gagasan yang disampaikan Subjek S4 pada percakapan berikut.

S1 : kita mau mengisi yang langkah-langkah dulu atau strategi ya ?

(subjek S1 menanyakan kepada anggota kelompok lain)

S2 : langkah-langkah dulu saja. (S2 menanggapi S1)

S3 : iya, dibuat langkah-langkah penyelesaian dulu. (S3 menanggapi S1)

S3 : oke saya tuliskan ya, ini mau membuat garis yang sejajar dengan TR

atau dengan WS? (S1 menanyakan kepada anggota kelompok lain)

S4 : Misalkan kita ambil WS. (S4 menjawab S3)

S4 : kalau yang sejajar dengan WS itu kita gunakan VR, bagaimana ?

kan itu bisa berpotongan membentuk sudut begini

(S4 memperagakan dua garis berpotongan)

S1 : Iya bisa.

S3 : ini yang sejajar dengan WS mau pake garis yang mana ya ?

(S3 mengalihkan gagasan S4 dengan mengajukan pertanyaan lagi)

S1 : yang mau dicari yang sejajar dengan WS atau dengan TR ?

S3 : WS saja ya, yang mudah... yang sejajar dengan WS kan TP.

(S3 menanggapi S1)

S2 : WS saja, iya... WS sejajar dengan TP kan kelihatan itu garisnya.

S3 : kalau dibuat gambarnya, nanti bentuknya segitiga TPR.

S1 : Iya.

S3 : bentuknya segitiga TPR siku-siku di P. panjang TP 5, PR lima akar

dua, dan TR lima akar tiga.

S2 : Iya.

S3 : kan ketemu tangen sudutnya sisi depan dibagi sisi miring yaitu

PR dibagi TP. Jadi tangen RTP sama dengan akar 2, tinggal dicari besar sudutnya saja.

S2 : Iya, betul.

S1 : Iya

Rutinitas

Rutinitas yang terjadi pada kegiatan diskusi berkaitan dengan penyusunan langkah-langkah penyelesaian. Argumen yang disampaikan didasarkan pada kesamaan strategi penyelesaian sumber. Gagasan dalam menyusun langkah-

langkah penyelesaian muncul setelah melalui proses mengenali karakteristik strategi penyelesaian pada sumber, mengetahui kesamaan dan perbedaan antara sumber dan target, dan menetapkan kesamaan yang akan diterapkan pada target.

Rutinitas argumen langkah-langkah penyelesaian dapat berlangsung lebih lama apabila masih terdapat mahasiswa yang ragu-ragu dalam melakukan prediksi. Hipotesis yang disusun dapat pula menjadi tidak berkembang apabila tidak memiliki rasa percaya diri dan tidak mendapat dukungan dari mahasiswa lain. Sebaliknya, gagasan penyelesaian masalah yang diungkapkan oleh mahasiswa yang memiliki rasa percaya diri dan gagasannya diterima mahasiswa lain akan lebih lancar dalam membentuk dan mengembangkan hipotesis tersebut.

Bentuk lain rutinitas pada kegiatan diskusi yaitu dalam melakukan proses perhitungan. Pengulangan terjadi secara terus menerus sampai ada mahasiswa yang mengambil keputusan. Mahasiswa yang mampu melakukan analogi mencapai tahap abstraksi dan prediksi tidak mengalami kesulitan untuk memutuskan hipotesis solusi masalah target. Namun pada saat terjadi miskomunikasi maka dengan sendirinya rutinitas tersebut terhenti beberapa saat, dan muncul kembali jika ada mahasiswa yang berusaha mengatasi miskomunikasi. Upaya melakukan konfirmasi dilakukan dengan meminta mengulangi kembali gagasan yang disampaikan dengan penjelasan yang berbeda atau melengkapi gagasan dengan keterangan tambahan untuk memperjelas. Hal ini menunjukkan rutinitas yang disertai dengan motivasi eksternal akan mengurangi kesalahan memaknai informasi sehingga dapat membentuk komunikasi matematis yang efektif antar mahasiswa.

SIMPULAN

Proses Komunikasi Matematis, masih menjadi fokus dalam pembelajaran. Pentingnya Proses Komunikasi Matematis ini, ditekankan pula oleh Kaya & Aydin, (2016), dan Lomibao *et al*, (2016). Bahasa membantu seseorang untuk mengatur, mengalami, dan menyampaikan ide matematis secara tepat. Hal ini dapat dilakukan melalui dialog yang disertai dengan tindakan menulis dan gerakan fisik anggota tubuh serta bantuan media.

Kesadaran yang muncul secara mandiri bahwa gagasan yang dihasilkan masih belum mencapai tujuan sehingga perlu dilakukan perbaikan

strategi dengan didasarkan pada gagasan yang terdapat dalam sumber, mengindikasikan proses komunikasi matematis yang didukung adanya penalaran secara analogi. Aktivitas proses komunikasi matematis tersebut paling dominan dan efektif dilakukan mahasiswa dalam bentuk menulis. Hal ini relevan dengan temuan Morgan *et al* (2014) yang mengungkapkan bahwa menulis merupakan bentuk memecahkan masalah yang melibatkan proses kognitif dan identik dengan keberhasilan menemukan solusi. Oleh karena itu menulis merupakan alat yang ideal untuk digunakan dalam memecahkan masalah. Sedangkan tahapan menulis meliputi tahap menyusun rencana, menafsirkan gagasan, dan melakukan klarifikasi, bertepatan dengan langkah-langkah pemecahan masalah menurut Polya. Komunikasi matematis intrapersonal dan interpersonal yang di kembangkan dengan baik secara komprehensif dapat saling mendukung antara satu dengan yang lain sehingga keberhasilan belajar siswa dapat tercapai. Dengan demikian aktivitas-aktivitas yang berkaitan dengan proses komunikasi matematis harus diupayakan dari dua dimensi secara simultan (Sür & Delice, 2015; dan Lim & Woong, 2017).

REFERENSI

- Bartha & Paul. (2012). A new look at analogical reasoning. *Metascience* 21:197–201
- Creswell. J., (2015). Riset Pendidikan-Perencanaan, Pelaksanaan, dan Evaluasi Riset Kualitatif & Kuantitatif. Yogyakarta : Pustaka Pelajar
- Febriyanti, R., Setianingsih, R. (2018). Students' Mathematical Communication Abilities In Mathematical Problem Solving Viewed From Intrapersonal And Interpersonal Intelligences. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, MATHEdunesa. Volume 1 No. 7.
- Freeman, B., Higgins, K., N., & Horney, M. (2016). How Students Communicate Mathematical Ideas: An Examination of Multimodal Writing Using Digital Technologies. *Contemporary Educational Technology*, 2016, 7(4), 281-313.
- Kaya, D., & Aydin, H. (2016). Elementary mathematics teachers' perceptions and lived experiences on mathematical communication. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(6), 1619–1629. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2014.1203a>
- Kim, D.J., Choi, S., Lim, W. (2017). Sfard's Commognitive Framework as a Method of Discourse Analysis in Mathematics. *World Academy of Science, Engineering and Technology. International Journal of Cognitive and Language Sciences*. Vol:11, No:11.
- Kim, E., & Horii, H. (2016). Analogical thinking for generation of innovative ideas: An exploratory study of influential factors. *Interdisciplinary Journal of Information, Knowledge, and Management*, 11, 201-214. Retrieved from <http://www.informingscience.org/Publications/3539>
- Lefrida, R., Siswono, T. Y. E., & Lukito, A. (2021). Process-oriented routines of students in heterogeneous field dependent-independent groups: A commognitive perspective on solving derivative tasks. *European Journal of Educational Research*, 10(4), 2017-2032. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.10.4.2017>
- Lim & Woong. (2017). The interpersonal and intrapersonal functions of silence in mathematics classroom discourse. Paper presented at the 2017 NIMS & KSME International Workshop on Mathematics Education: The Future of Mathematics Education and Mathematics Education for The Future (pp. 55-62). Daejun, Korea: NIMS & KSME
- Lomibao, L. S., Luna, C. A., & Namoco, R. A. (2016). The Influence of Mathematical Communication on Students' Mathematics Performance and Anxiety. *American Journal of Educational Research*, 4(5), 378–382. <https://doi.org/10.12691/education-4-5-3>
- Lovett, A., & Forbus, K. (2017). Modeling visual problem solving as analogical reasoning. *Psychological Review*, 124(1), 60–90. <https://doi.org/10.1037/rev0000039>
- Magdaş, Ioana. (2015). Analogical Reasoning In Geometry Education. *Acta Didactica Napocensia*. Vol 8 No 1 hal 57 – 66.
- Miles, Mathew B & Huberman, A Michael. (2014). *Qualitative Data Analysis – A Methods Sourcebook*. Third Edition. London: SAGE Publication.
- Moleong. Lexy L. (2010). *Metodologi Penelitian Kualitatif (Edisi Revisi)*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya Offset.
- Morgan, C., Craig, T., Schuette, M. *et al*. (2014). Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field. *ZDM : International Journal on Mathematics Education* 46, 843–

- 853 <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0624-9>
- Nurjanah, N., Herman, T., & Prabawanto, S. (2019). Analysis of students mathematical communication ability. *International Conference on Mathematics and Science Education (ICMScE 2018)*. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1157 (2019) 032124.
- Richland, L. E., & Begolli, K. N., (2016). Analogy and Higher Order Thinking: Learning Mathematics as an Example. *Behavioral and Brain Sciences*. Vol. 3(2) 160–168.
- Sfard, A. (2018). Commognition. Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2018. S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 1–7).
- Somayeh, A. M., Parvaneh, A., Mohammad, B. Z. (2012). Instruction of mathematical concepts through analogical reasoning skills. *Indian Journal of Science and Technology*. Vol 5 No 6 Hal 2916–2922
- Suharnan. 2005. *Psikologi Kognitif*. Surabaya:Srikandi Press.
- Supardia, L., Zayyadib, M., Lanyac, H., Hasanahd, S.I., Hidayatie, S.N. (2021). Commognitive Analysis Of Students' Errors In Solving High Order Thinking Skills Problems. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*. Vol.12 No. 6 (2021), 950- 961
- Sür Büşra & Delice Ali. (2016). The examination of teacher student communication process in the classroom: mathematical communication process model. *International Congress on Education*. ERPA 2015. SHS Web of Conferences 26. 01059. DOI: 10.1051/shsconf/20162601059
- Vamvakoussi, X. (2019). The use of analogies in mathematics instruction: Affordances and challenges. In D. C. Geary, D.B. Berch, R.J. Ochsendorf, & K. Mann Koepke (Eds.), *Cognitive foundations for improving mathematical learning (Mathematical Cognition and Learning Series, Vol. 5, pp. 247-267)*. Cambridge, MA: Academic Press, Elsevier
- Vendetti *et al.* (2015). Analogical Reasoning in Classroom: Insight from Cognitive Science. *International Mind Brain and Education Society*. Volume 9 Number 2. pp 100-106.
- Zayyadi, M., Nusantara, T., Hidayanto, E. Sulendra, I.M., & Sa'dijah, C. (2020). Content and Pedagogical Knowledge of Prospective Teachers in Mathematics Learning: Commognitive Framework. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 8(1), 515-532. DOI: <http://dx.doi.org/10.17478/jegys.642131>